

Ebene Geometrie

Berechnungen am Kreis und an Kreisteilen

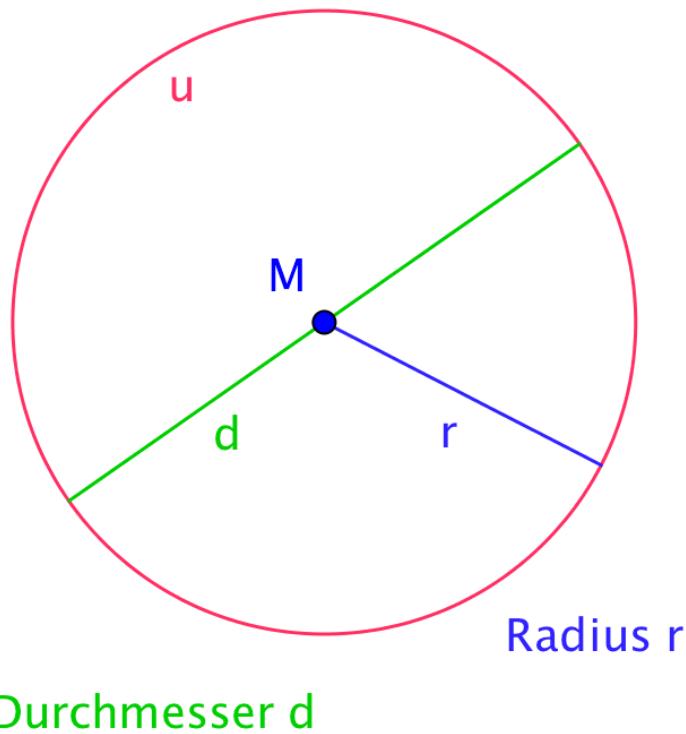


Was ist ein Kreis?



Was ist ein Kreis?

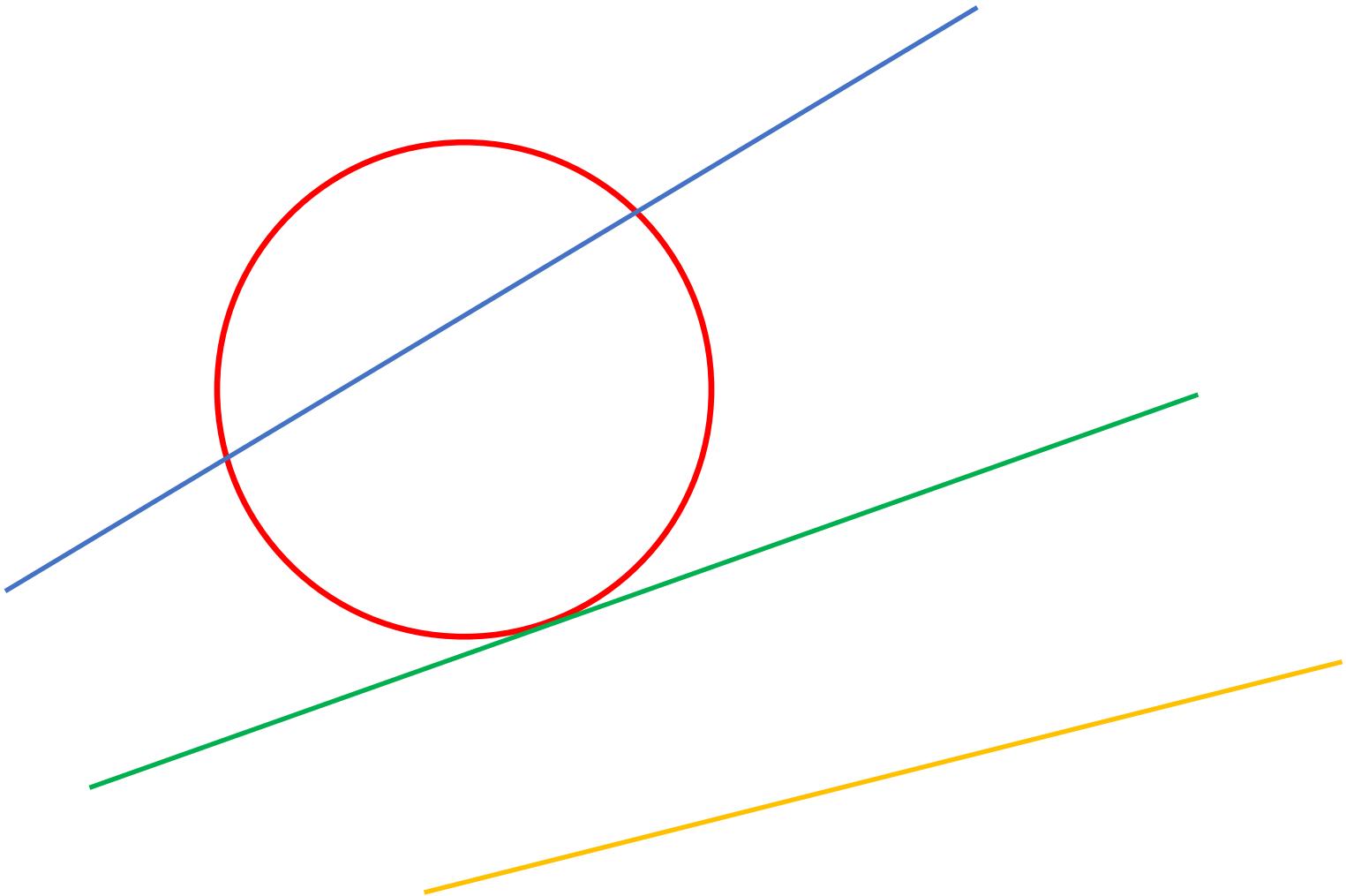
Kreisumfang u



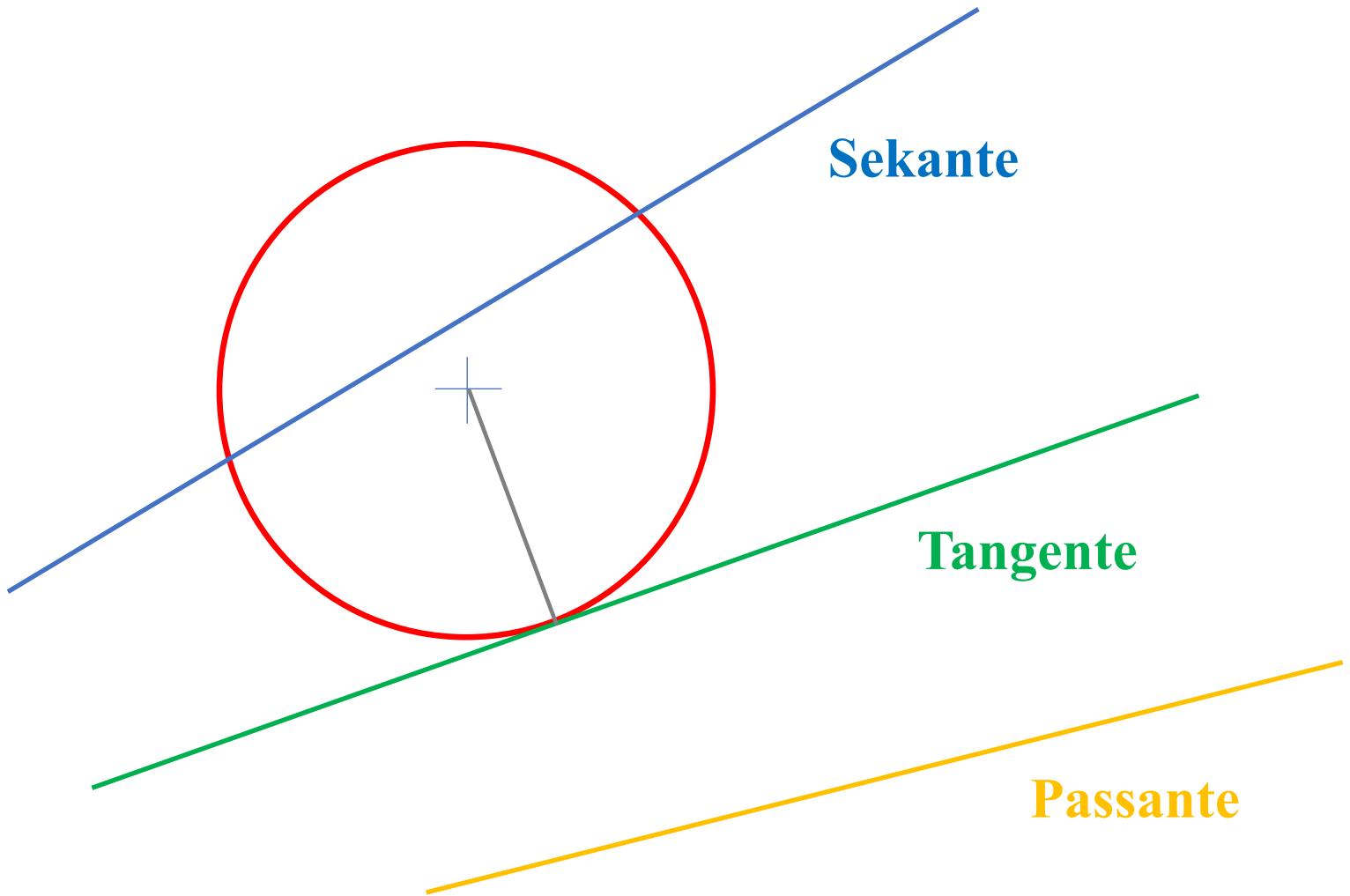
Durchmesser d

- Ein Kreis ist eine ebene geometrische Figur.
- Er wird definiert als die **Menge all der Punkte** einer Ebene, die einen konstanten Abstand zu **einem vorgegebenen Punkt** dieser Ebene, dem sog. Mittelpunkt M , haben.
- Der Abstand wird als **Radius r** bezeichnet.

Lagebeziehung Kreis - Gerade



Lagebeziehung Kreis - Gerade



Umfang eines Kreises



	1 €-Münze	compact disc	Fußball
Umfang u	7,2 cm	37,7 cm	69,0 cm
Durchmesser d	2,3 cm	12,0 cm	22,0 cm
$\frac{u}{d}$	3,14	3,14	3,14

Das Verhältnis des Umfangs u eines Kreises zu seinem Durchmesser d ist bei allen Kreisen gleich. Der Quotient $\frac{u}{d}$ wird als Kreiszahl π (lies: pi) bezeichnet.

Umfang eines Kreises



	1 €-Münze	compact disc	Fußball
Umfang u	7,2 cm	37,7 cm	69,0 cm
Durchmesser d	2,3 cm	12,0 cm	22,0 cm
$\frac{u}{d}$	3,14	3,14	3,14

Die Kreiszahl π ist eine sog. irrationale Zahl. Für ihren Wert gilt:

$$\pi = 3,14159265 \dots$$

Umfang eines Kreises



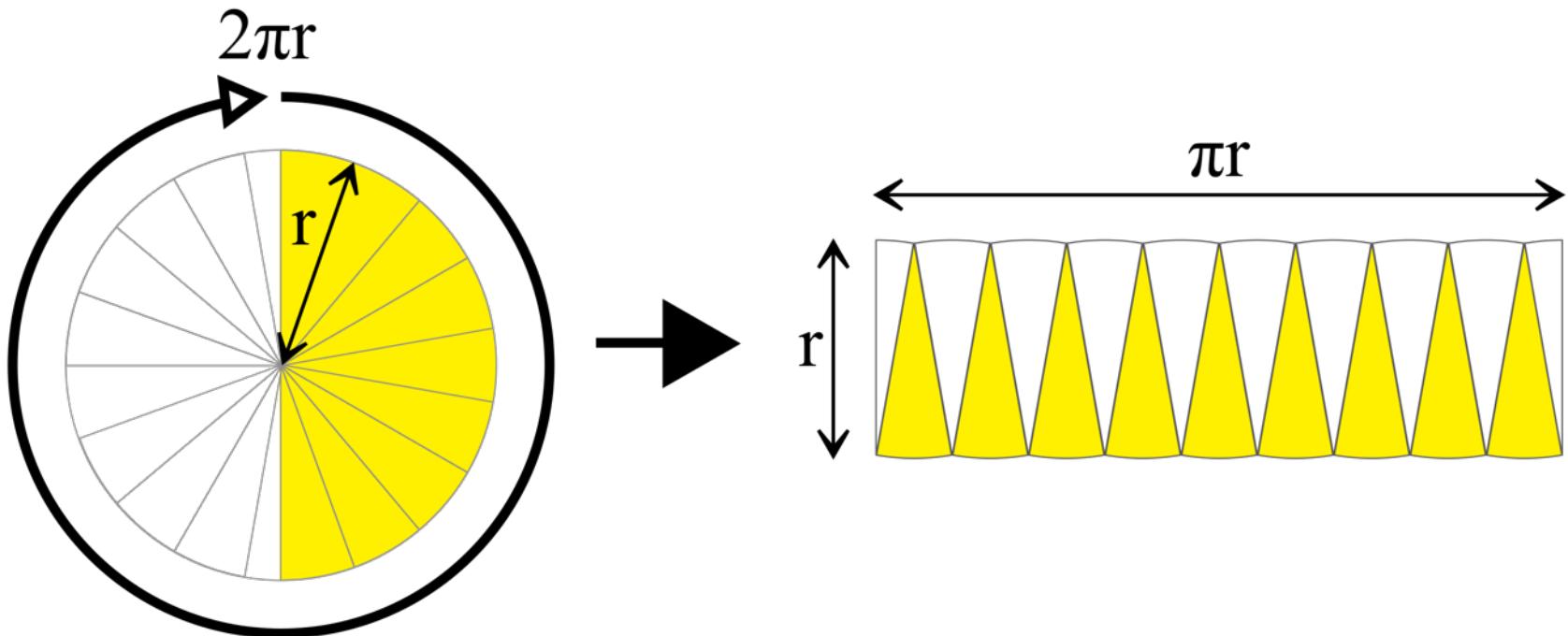
	1 €-Münze	compact disc	Fußball
Umfang u	7,2 cm	37,7 cm	69,0 cm
Durchmesser d	2,3 cm	12,0 cm	22,0 cm
$\frac{u}{d}$	3,14	3,14	3,14

Für den Umfang
eines Kreises gilt:

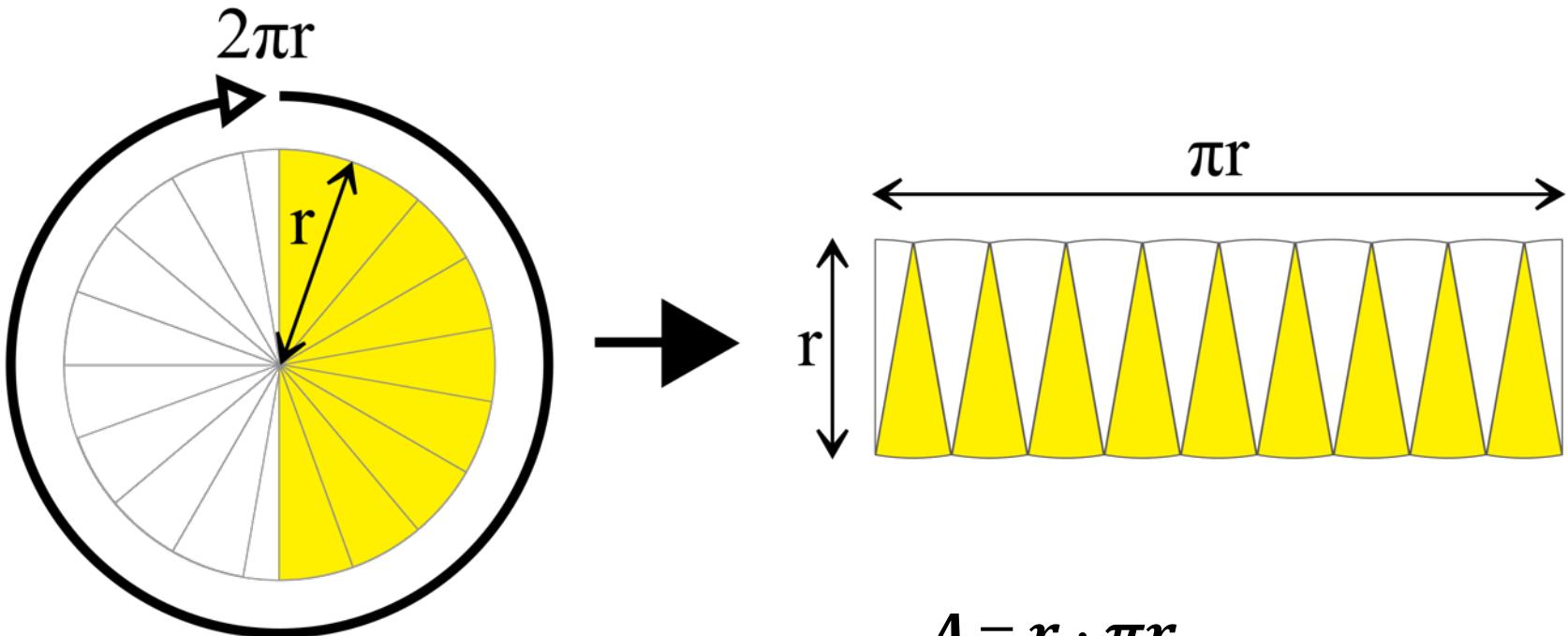
$$\frac{u}{d} = \pi \quad | \cdot d$$

$$u = d \cdot \pi = 2 \cdot r \cdot \pi$$

Fläche eines Kreises



Fläche eines Kreises

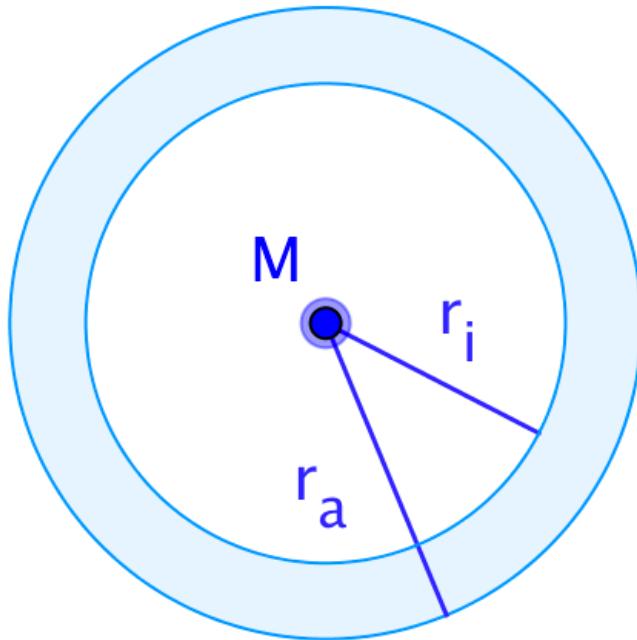


$$A = r \cdot \pi r$$

Für die Fläche
eines Kreises gilt:

$$A = r^2 \cdot \pi = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi$$

Kreisteile: Fläche eines Kreisrings



Für die Fläche
eines Kreisringes gilt:

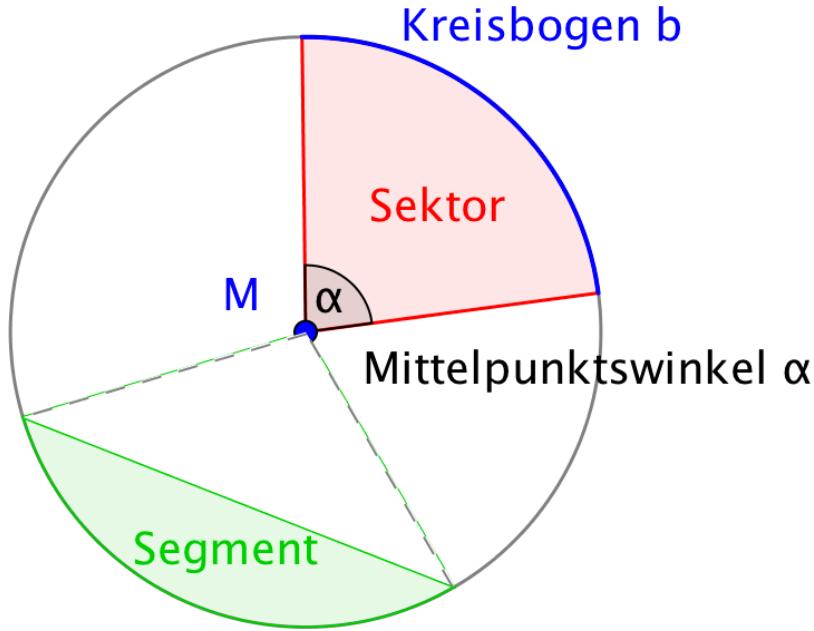
$$A_{Kreisring} = A_{groß} - A_{klein}$$

$$A_{Kreisring} = r_a^2 \cdot \pi - r_i^2 \cdot \pi$$

$$A_{Kreisring} = (r_a^2 - r_i^2) \cdot \pi$$

Kreisteile: Kreissektor und Kreisbogen

Für die Länge eines Kreisbogens gilt:



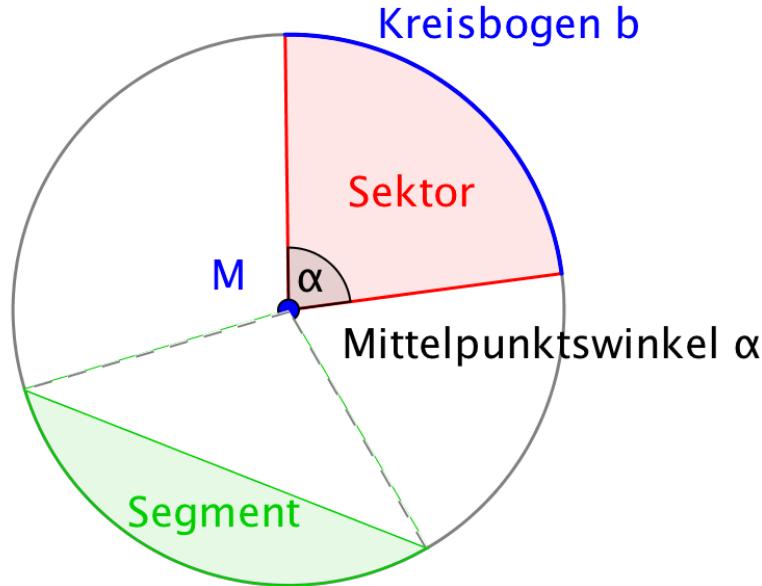
Kreisbogen als Teil des
Umfangs mit dem Anteil $\frac{\alpha}{360^\circ}$

$$b = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2 \cdot r \cdot \pi$$

$$b = \frac{\alpha}{180^\circ} \cdot r \cdot \pi$$

Kreisteile: Kreissektor und Kreisbogen

Für die Fläche eines Sektors gilt:



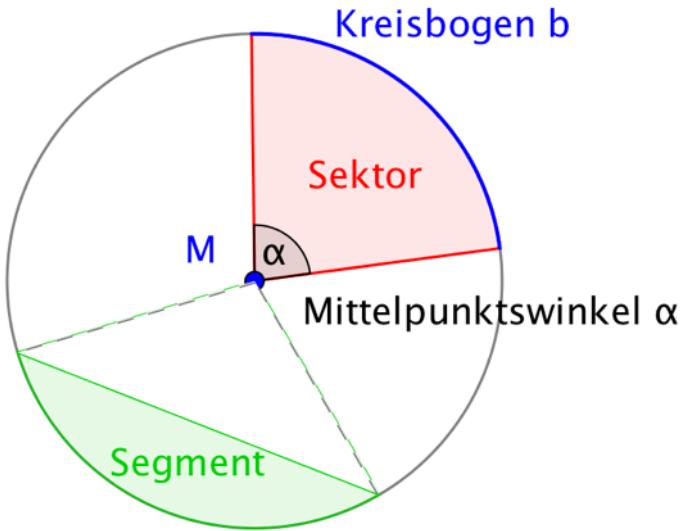
Kreissektor als Teil der
Kreisfläche mit dem Anteil $\frac{\alpha}{360^\circ}$

$$A_{\text{Sektor}} = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot r^2 \cdot \pi$$

$$A_{\text{Sektor}} = \frac{1}{2} \cdot r \cdot b$$

Kreisteile: Kreissegment

Für die Fläche eines Segments gilt:



Kreissektor als Differenz von
Kreissektor und Dreieck:

$$A_{\text{Sektor}} = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot r^2 \cdot \pi$$

$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot r \cdot r \cdot \sin \alpha$$

$$A_{\text{Segment}} = A_{\text{Sektor}} - A_{\text{Dreieck}}$$